This study was supported by grants from the British Council and Science Research Council (R.G.B.). G.M.B. wishes to acknowledge the award of a Shell Canada Postgraduate Scholarship.

## References

Bancroft, G. M. \& Burns, R. G. (1966). Fifth Intern. Mineralog. Assoc. Meeting, Abstr.: Symp. 1. Chemical bonding in minerals.
Bancroft, G. M., Burns, R. G. \& Maddock, A. G. (1967a). Amer. Min. In the press.
Bancroft, G. M., Burns, R.G. \& Maddock, A. G. (1967b). Geochim. Cosmochim. Acta. In preparation.
Bancroft, G. M., Maddock, A. G. \& Ward, J. (1966). Chem. and Ind. p. 423.
Bondam, J. \& Sörensen, H. (1959). U.N. Peaceful Uses Atom. Energy, Proc. Second Intern. Conf. 2, 555.
Borisov, S. V., Klevtsova, R. F., Bakakin, V. V. \& Belov, N. V. (1965). Kristallografiya, 6, 815. (Transl. Sov. Phys. Cryst. 6, 684).
Bradley, W. M. (1909). Amer. J. Sci. 28, 15.

Bussen, I. V., Denisov, A. P., Kravchenko-Berezhnoi, R. A. \& Uspenskaya, E. I. (1965). Zap. vses. min. obshch. 94, 2, 204.
Cannillo, E., Mazzi, F. \& Rossi, G. (1966). Acta Cryst. 21, 200.

Chesnokov, B. V.(1959). Dokl. Akad.Nauk SSSR, 129, 647.
Deer, W. A., Howie, R. A. \& Zussman, J. (1963). RockFormïng Minerals, 2, 123.
Fersman, A.E. (1926). Amer. Min. 11, 289.
Flink, I. G. (1895). Neues Jahrb. Min. Geol. Pal. 1, 452 (abstr.).
Flink, I. G. (1901). Meddel. Grönland, 24, 9.
Heinrich, E. W. \& Quon, S. H. (1963). Canad. Min. 7, 650.
Louderback, G. D. (1910). Neues Jahrb. Min. Geol. Pal. 2, 15 (abstr.).
Nockolds, S. R. (1950). Miner. Mag. 29, 27.
Stewart, D. B. (1959). Amer. Min. 44, 265.
Stone, A. J. (1966). Appendix to: Bancroft, G. M., Maddock, A. G., Ong, W. K. \& Prince, R. H. In preparation. Sjöström, D. A. (1895). Neues Jahrb. Min. Geol. Pal. 1, 457 (abstr.).

Acta Cryst. (1967). 22, 935

# Classification of crystalline substances by crystal systems, crystal classes, Bravais lattices and space groups. By W. Nowacki, T. Matsumoto and A. Edenharter, Abteilung für Kristallographie und Strukturlehre, Universität Bern, Bern, Switzerland* 

(Received 9 January 1967)


#### Abstract

A totality of 8795 substances of known space group was arranged according to space groups, and within one space group according to chemical categories. Two tables give the realization in absolute numbers and in percentages of the 41 most frequent space groups ( $\geq 3 \%$ ). It was found that the statistics of 1948 (Crystal Data, Part I) were already representative; no fundamental changes are to be observed during the subsequent period. period.


All substances listed in the second edition of Part II of Crystal Data (Donnay, Donnay, Cox, Kennard \& King, 1963) with a definite space group (and in addition some others) were arranged according to space groups. In the first edition of Part I (Donnay \& Nowacki, 1954) 3782 substances were worked through; in the meantime the number increased to 8795 . The substances were again divided into chemical categories I to VI [inorganic compounds: $I=$ elements and alloys, including arsenides, borides, hydrides, carbides, nitrides, phosphides and silicides; II = sulphides, sulphosalts, selenides and tellurides; III = oxides and hydroxides; IV = halides, including oxyhalides; $\mathrm{V}=$ bromates, chlorates, iodates, carbonates, nitrates, sulphates and tellurates, in which the bonding with oxygen is essentially covalent (Niggli's crystalline compounds of the first kind); VI = aluminates, antimonates, arsenates, borates, cerates, chromates, columbates, ferrites, germanates, manganates, molybdates, osmates, phosphates, platinates, praseodymates, rhenates, silicates, stannates, tantalates, titanates, tungstates, uranates, vanadates and zirconates, in which the bonding with the oxygen is more heteropolar

[^0]( = Niggli's crystalline compounds of the second kind)] and VII (organic compounds); category VII was again subdivided into 6 (7) divisions [VIIa = inorganic compounds with organic radicals; azides, carbonyls, cyanides, organometallic compounds, siloxanes and silicones; VIIb=aliphatic; VIIc = carbocyclic-alicyclic; VIIc ${ }_{2}=$ carbocyclic-aromatic; VIId = heterocyclic and VIIe = complex or of unknown constitution]. The following tables were obtained: $A$. Main Table, giving for each space group the substances crystallizing in it (with formula and/or name, reference), arranged according to categories; $B$. Tables of statistical data: (a) Distribution of crystalline substances among the 219 space groups (absolute numbers), (b) ditto (percentages), (c) among the 14 Bravais lattices (absolute numbers), (d) ditto (percentages), (e) among the 32 crystal classes (absolute), $(f)$ ditto (percentages), $(g)$ among the 7 crystal systems (absolute), ( $h$ ) ditto (percentages), (i) among symmorphic, $\left(^{*}\right)$, hemisymmorphic (') and asymmorphic space groups (absolute), ( $j$ ) ditto (percentages), ( $k$ ) distribution among the 41 most frequent space groups (absolute) and ( $l$ ) ditto, relative (percentages $\geq 3 \%$ ).
Tables $B,(k)$ and ( $l$ ), are given here as Tables 1 and 2. The numbers in parentheses are those of the first edition (Donnay \& Nowacki, 1954). The total percentages in Ta-

Table 1．Distribution of crystalline substances among the


Total（only more than $3 \%$ ）

Total

| I | II |
| :---: | :---: |
| －－ | －－ |
| －－ | －－ |
| －－ | － |
| －－ | －－ |
| －－ | － |
| －－ | － |
| －－ | 18 （13） |
| －－ | 10 （7） |
| －－ | －－ |
| 二 二 | 二－ |
| －－ | － |
| － | － |
| $\overline{50}$（19） | $\overline{34}$（15） |
| 50 （19） | 34 （15） |
| 二－ | －－ |
| －－ | 18 （0） |
| － | －－ |
| －－ | － |
| －－ | － |
| － | － |
| －－ | 22 （2） |
| 二－ | － |
| 32 （28） | －－ |
| 35 （17） | －－ |
| －－ | －－ |
| 二－ | － |
| － | －－ |
| $\overline{-}$－ | 34 （12） |
| 22 （20） | 27 （10） |
| －－ | －－ |
| － | 16 （6） |
| 54 （17） |  |
| 149 （119） | 34 （20） |
| －－ | 二－ |
| －－ | －－ |
| － | 21 （16） |
| $\overline{21}$（18） | $\overline{25}$（14） |
| －－ | 15 （0） |
| 94 （80） | －－ |
| 147 （88） | $\overline{85}$（－43） |
| 101 （41） | 32 （8） |
| 23 （25） | －－ |
| － | －－ |
| 662 （472） | 381 （158） |
| $\begin{aligned} & 1130 \\ & (659) \end{aligned}$ | $\begin{gathered} 566 \\ (239) \end{gathered}$ |


| III |
| :---: |
| －－ |
| 二－ |
|  |  |
|  |
|  |
| $21 \text { (6) }$ |
| －－ |
| 二－ |
| －－ |
| －－ |
| $\overline{21} \overline{(3)}$ |
|  |  |
|  |
| －－ |
| －－ |
| －－ |
| －－ |
| －－ |
| －－ |
| 12 （14） |
| 20 （6） |
| 18 （8） |
| －－ |
| $\overline{20}$（12） |
| $\begin{aligned} & 20(12) \\ & 26(6) \end{aligned}$ |
|  |  |
|  |
| 9 （8） |
| －－ |
| 23 （14） |
| －－ |
| －－ |
| 21 （20） |
| －－ |
|  |  |
|  |
| 50 （21） |
| $89(58)$ |
| －－ |
| 309 （163） |
|  |
| $\begin{gathered} 557 \\ (258) \end{gathered}$ |


| IV | V | VI | $\sigma$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | －－ | －－ | －－ |
|  | －－ | 66 （22） | －－ |
| －－ | －－ | －－ | －－ |
| 二－ |  | $\overline{53}$（6） | － |
| $\overline{34}$（6） | －－ | 66 （21） | － |
| 43 （15） | 67 （23） | 119 （30） | 279 （90） |
| －－ | 30 （6） | 76 （36） | 153 （58） |
| －－ |  | － | －－ |
| －－ | 16 （5） | －－ | －－ |
| －－ | － | －－ | －－ |
| －－ | －－ | －－ | －－ |
| － | －－ | －－ | －－ |
| 114 （54） | 59 （30） | 125 （42） | 403 （163） |
| 31 （6） | －－ | －－ | －－ |
| － | －－ | －－ | －－ |
| －－ | － | $\overline{46}(\overline{38)}$ | － |
| －－ | －－ | －－ | － |
| －－ | －－ | －－ | －－ |
| － | －－ | －－ | －－ |
| $\overline{44}$（15） | － | － | 二 |
| －－ | －－ | －－ | －－ |
| 56 （34） | －－ | －－ | 118 （73） |
| －－ | －－ | －－ | －－ |
| －－ | －－ | －－ | －－ |
| － | －－ | － | －－ |
| 65 （28） | － | 28 （22） | －－ |
| $\overline{60}(\overline{23)}$ | 13 （9） | －－ | 二－ |
| $\begin{aligned} & 60(23) \\ & 72(25) \end{aligned}$ | － | $\overline{47}$（26） | 208 （90） |
| －－ | 14 （10） |  | －－ |
|  |  | 36 （18） | －－ |
| －－ | 二 | 二－ | － |
|  | －－ | －－ | 237 （162） |
|  | 31 （6） | －－ | －－ |
|  | 20 （0） | －－ | －－ |
|  | 22 （25） | －－ | $\bar{\square}$ |
| －－ | 29 （26） | －－ | 97 （66） |
| $\overline{13}$（23） | $\overline{20}$（13） |  | 90 （71） |
| $\overline{34}$（19） | －－ | $\overline{77}$（20） | －-130 |
| 34 （19） | －－ | $\begin{array}{r} 77 \text { (20) } \\ 4 \text { (16) } \end{array}$ | 220 （130） |
| 197 （123） | 14 （11） | －－ | 509 （289） |
|  | －－ | 66 （21） | 297 （136） |
| －－ | －－ | － | －－ |
|  |  | 43 （12） | －－ |
| 750 （359） | 294 （147） | 765 （312） | $\begin{gathered} 2306 \\ (1270) \end{gathered}$ |
| $\begin{aligned} & 1215 \\ & (542) \end{aligned}$ | $\begin{gathered} 596 \\ (303) \end{gathered}$ | $\begin{aligned} & 1512 \\ & (602) \end{aligned}$ | $\begin{gathered} 5576 \\ (2603) \end{gathered}$ |

The numbers in italic type
ble 2 are the true ones，i．e．they are the totals for more than $3 \%$（Table 1）expressed as percentages of the totals for all space groups（Table 1，bottom line）．The number of the most frequent space groups is 41 （40）．Among these the relative number of inorganic compounds（ $\sigma$ ）has decreased somewhat，from 49 to $41 \%$ ．The realization of the inorganic categories I to VI did not change very much．$O_{h}^{5}-\mathrm{Fm} 3 \mathrm{~m}$ $(9 / 11 \%), D_{2 h}^{16}-P n m a(7 / 6 \%), O_{h}^{7}-F d 3 m(5 / 5 \%), C_{2 h}^{5}-P 2_{1} / c$
（5／4 \％），$D_{6 h}^{4}-P 6_{3} / m m c(4 / 6 \%), O_{h}^{1}-P m 3 m(4 / 5 \%), D_{3 d}^{5}-R 3 m$ （ $4 / 4 \%$ ）and $C_{2 h}^{6}-C 2 / c(4 / 0 \%)$ are still the most frequent． For elements and alloys（category I）$O_{h}^{5}-\mathrm{Fm} 3 m$（ $13 / 13 \%$ ） and $D_{6 h}^{4}-P 6_{3} / m m c(13 / 18 \%)$ predominate，corresponding to the cubic and hexagonal closest racking of spheres．In $D_{2 h}^{16}$－Pnma deformed hexagonal closest packings of spheres are possible（Niggli，1926），giving the high values for cate－ gories IV（ $9 / 10 \%$ ），V（ $10 / 10 \%$ ）and VI（ $8 / 7 \%$ ）．

41（40）most frequent space groups．Absolute numbers
VII

| $a$ | $b$ | $c_{1}$ | $c_{2}$ | $d$ | $c_{2}+d$ | $e$ | VII | $\Sigma$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| － | － | 15 （15） |  | －－ | －－ | 2 （1） | －－ |  |
| 41 （3） | 65 （15） | 9 （3） | 28 （16） |  | 37 （17） |  | 152 （38） | 249 （69） |
|  | 76 （31） | 84 （64） | 35 （14） | 42 （2） | 77 （16） | 20 （3） | 266 （118） | 284 （127） |
|  | －－ | 20 （19） | －－ | 7 （2） |  | 7 （1） | －－ | －－ |
|  |  |  |  | －－ | －－ |  |  | －－ |
| 192 （24） | 172 （58） | $\overline{43}$（9） | 291 （148） | $140{ }^{-76}$ | 431 （174） |  | 838 （265） | $1117 \overline{7555}$ |
| 58 （14） | 80 （23） |  | 58 （14） | 18 （1） | 76 （15） |  | 221 （53） | 374 （111） |
|  | 20 （12） | 18 （14） |  |  |  | 5 （0） | 66 （35） | －－ |
|  | 131 （51） | 66 （38） | 56 （22） | 112 （3） | 168 （25） | 19 （6） | 403 （123） | 455 （144） |
|  | － |  | $\overline{10}$（12） | －－ | $\overline{11}(\overline{13)}$ | －${ }_{-}$ |  | －－ |
| － |  | －－ | 12 （11） | －－ | 12 （11） | －－ |  | － |
|  | 25 （4） | －－ | 44 （23） | － | 52 （23） | －－ | 101 （31） |  |
| 34 （5） | 28 （20） |  |  |  |  | －－ | 80 （29） | 483 （192） |
| －－ | 二－ | 二 二 | － | － | 二 二 | $\overline{0} \overline{1}$ | 二 二 | － |
|  |  |  |  |  | － | － | － | －－ |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | 6 （0） | －－ | －－ |
| $\overline{13}(\overline{10})$ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | 3 （1） | －－ | －－ |
|  | －－ | －－ | －－ | 二－ | 二 二 | 二 二 | －－ |  |
| 31 （18） | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | － |
| 7 （7） |  | 二 二 |  | － | － | 二 二 | 二 | －－ |
|  | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
|  | － | 二 二 |  | 二 二 | 二－ | － | －－ | －－ |
|  | －－ | －－ | －－ | － | －－ |  |  |  |
| －－ |  |  |  |  | － | 二二 | － | －－ |
| 6 （9） | －－ |  |  |  | －－ | －－ |  | 218 （103） |
| $\overline{10}$（9） |  |  |  |  | 二 二 | 二 |  |  |
|  | －－ | 二 二 |  | － | － | 二 | －－ | －－ |
|  | － | －－ |  | －－ | －－ | －－ | －－ | 242 （163） |
| －－ | －－ |  |  | －－ | －－ | －－ |  | －－ |
| $\overline{8}$（6） |  | －－ |  |  |  |  |  |  |
|  | 二 | －－ |  | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| － | －－ | －－ |  | － | －－ | －－ | － |  |
|  |  |  |  |  |  |  | －－ | 223 （130） |
| 32 （23） |  |  |  |  |  | －－ |  | 547 （313） |
|  |  |  |  |  |  | －－ | －－ | 303 （14） |
| －－ |  |  |  |  |  |  |  | 二－ |
| 388 （120） | 577 （210） | 255 （159） | 512 （260） | 312 （33） | 841 （294） | 63 （15） | $\begin{aligned} & 1981 \\ & (692) \end{aligned}$ | $\begin{gathered} 4277 \\ (1779 \end{gathered}$ |
| $\begin{gathered} 814 \\ (254) \end{gathered}$ | $\begin{gathered} 853 \\ (326) \end{gathered}$ | $\begin{gathered} 303 \\ (175) \end{gathered}$ | $\begin{gathered} 750 \\ (361) \end{gathered}$ | $\begin{gathered} 418 \\ (48) \end{gathered}$ | $\begin{aligned} & 1168 \\ & (409) \end{aligned}$ | $\begin{gathered} 81 \\ (15) \end{gathered}$ | $\begin{gathered} 3219 \\ (1179) \end{gathered}$ | $\begin{array}{r} 8795 \\ (3782) \end{array}$ |

represent less than $3 \%$ ．

Within the 41 most frequent space groups the relative number of organic compounds（VII）increased somewhat from 59 to $62 \%$ ．But the relative number of the 41 space groups both for inorganic and organic compounds（ $\Sigma$ ）re－ mained constant（ $47 / 49 \%$ ）．The space groups with $2_{1}$ axes and／or glide planes，which yield zigzag chains，are for or－ ganic compounds still the most frequent ones $\left[C_{2 h}^{5}-P 2_{1} / c\right.$ （ $26 / 22 \%$ ），$D_{2}^{4}-P 2_{1} 2_{1} 2_{1}(13 / 10 \%), C_{2}^{2}-P 2_{1}(8 / 9 \%)$ with 26 ，
$13,8 \%$ ，together $50 \%$（Nowacki，1951）］．The zigzag chain is the most important＇building unit＇（Baustein）of the crys－ talline organic compounds．The triclinic space groups in－ creased a little bit（ $3-5 \%$ ），but not as much as we ex－ pected．

The number of space groups which are not realized de－ creased from 41 to 22 ，which is to be expected when the total number of compounds is more than doubled（3782

Table 2．Distribution of crystalline substances among
Representatives of all other space groups are less than $3 \%$＊$=$ symmorphic

|  | I | II | III | IV | v | VI | $\sigma$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| $C_{1}{ }^{1}-P 1^{*}$ | －－ | －－ | －－ | －－ |  |  | －－ |
| $C_{i}{ }^{1}--P \bar{I}^{*}$ | －－ |  |  |  |  | 4 （4） |  |
| $C_{2}{ }^{2}-P 2_{1}$ | －－ |  | －－ |  |  |  |  |
| $\mathrm{C}_{2}{ }^{3}-\mathrm{C} 2^{*}$ | －－ | －－ |  |  |  |  |  |
| $C_{2 h^{2}-}{ }^{2} 2_{1} / m$ | －－ |  |  |  |  | 4 （－） |  |
| $C_{2 h^{3}}$－$C 2 / m^{*}$ |  |  | － | 3 （－） |  | $4(3)$ 8 （5） |  |
| $C_{2}{ }^{5}-P 2_{1} / c$ | －－ | $3(6)$ $-(3)$ | 4 （－） | 4 （3） | 11 （8） | 8 <br> 5 | $5(4)$ |
| $C_{2 n}{ }^{6}-C 2 / c^{\prime}$ $D_{2}{ }^{\prime}-\cdots 2_{1212}$ | － | 二（3） | －－ | －－ | 5 （－） | － | －－ |
| $D_{2}{ }^{4}-\cdots P 2_{1} 2_{1} 2_{1}$ | －－ | －－ | －－ | －－ | 3 （－） | －－ | －－ |
| $D_{2}{ }^{5}-\mathrm{C}-\mathrm{C22} 1_{1}$ | －－ | －－ | －－ | －－ | － | －－ | －－ |
| $\mathrm{C}_{2 v}{ }^{5}-\mathrm{Pca} 2_{1}$ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| $C_{2 v^{17}}{ }^{17}-A b a 2^{\prime}$ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |  |  |
| $D_{2 h^{15}-P b c a ~}^{15}$ | －－ | － 7 | － | 9 （10） | 10 （10） | 8 （7） |  |
| $D_{2 h^{16}-P n m a}$ | 4 （3） | 6 （7） | 4 （－） | 9 （10） | 10 （10） | 8 （7） | 7 （6） |
| $D_{2}{ }^{17}{ }^{17}-\mathrm{Cmcm}$ | － | －－ | －－ | 3 （－） | －－ |  |  |
| $\mathrm{C}_{4}{ }^{3}-\mathrm{P}^{4} 4_{2}$ | －－ | 3 － | 二－ | －－ |  |  |  |
| $S_{4}{ }^{2}-14 *$ | －－ | 3 （－） | －－ |  |  |  |  |
| $C_{45}{ }^{6}--I 4_{1} / a$ $D_{4}^{4}---P 4_{1} 2_{1} 2$ | －－ |  | －－ |  | －－ | 3 （6） |  |
| $\left.\begin{array}{l}D_{4}{ }^{4}-\ldots P 4_{1} 2_{1} 2 \\ D_{4}{ }^{8}- \\ 4_{3} 2\end{array}\right\}$ |  |  | －－ | － |  |  |  |
| $D_{4}{ }^{8} \ldots-P 4_{3} 2_{1} 2$ $D_{4} 6 \ldots-P 42_{12}$ |  |  | － |  |  |  |  |
|  | －－ | －－ |  | －－ | －－ |  |  |
|  |  | 4 （－） | 二－ | 4 （3） | －－ | 二－ |  |
| $D_{4 h^{14}-P 4_{2} / \mathrm{mnm}}$ | －－ | －－ | －（5） | － | －－ | －－ |  |
| $D_{4 h^{17-I 4}} \mathrm{mmm}^{*}$ | 3 （4） | －－ | 4 （－） | 5 （6） | －－ | －－ | －（3） |
| $D_{4 h^{18}}{ }^{18} 14 / \mathrm{mcm}$ | 3 （3） | －－ | 3 | －－ | 二－ | 二－ |  |
| $D_{4 h^{19}-I 4_{1} / \text { amd }}$ |  | －－ | 3 （3） | －－ | －－ | －－ | － |
| $C^{3}{ }^{4}--R 3^{*}$ | －－ | －－ | －－ | 5 | －－ | － |  |
| $C_{3 i}{ }^{2}--R 3^{*}$ | －－ | －－ | －－ | 5 （5） | － | －（4） |  |
| $C_{3 v}{ }^{5}-R 3 m^{*}$ | －－ | － | － | 5 － | －（3） | －－ |  |
| $D_{3 d^{3}--P 3 m 1^{*}}$ | － | 6 （5） | 4 （5） | 5 （4） | －－ | 3 （4） |  |
| $D_{3 d^{5}-}{ }^{3} 3 m^{*}$ | －（3） | 5 （4） | 5 （－） | 6 （5） | － | 3 （4） | 4 （4） |
| $D_{3 d^{6}-}{ }^{3} c^{\prime}$ |  |  | －（3） | －－ | －${ }^{(3)}$ | －$\overline{\text {（3）}}$ | － |
| ${ }^{C_{66}{ }^{2}-\mathrm{C} 6_{3} / m}{ }^{\text {C }}$ | －－ | － | －（3） | －－ |  | －（3） |  |
|  | 5 | 3 （－） | －－ | －－ | －－ | 二－ |  |
| $D_{6 n^{1}}{ }^{1--P 6 / m m m *}$ $D_{6}{ }^{4}-P 6_{3} / m m c$ | 5 （3） | 6 | －$-\bar{\square}$ |  |  |  |  |
|  | 13 （18） | 6 （8） | 4 （5） | －－－ | 5 （－） | －－ | 4 （6） |
| $T_{h^{2}}{ }^{\text {n }}$－Pr ${ }^{\prime}{ }^{\prime}$ | －－ | －－ | －－ | －－ | 3 （－） | －－ | － |
| $T_{\text {h }}{ }^{3}-\ldots-\mathrm{Fm} 3^{*}$ | －－ | －－ | －－ | －－ | 4 （8） | －－ | － |
|  | －－ | 4 （7） | 4 | －－ | 5 （9） | －－ | －（3） |
| $T_{n}{ }^{7}$－－Ia3 | － | －－ | 4 （8） | － |  | －－ | － |
| $T_{d^{2}}$－$F 43 m^{*}$ | －（3） | 4 （6） |  | －（4） | 3 （4） | －－ | －（3） |
| $T_{d^{6}}{ }^{\text {a }}$－I43d | －－ | 3 （－） | －－ | － | －－ | － | － |
| $O_{h}{ }^{1}-\mathrm{Pm} 3 \mathrm{~m}^{*}$ | 8 （12） | －－ |  | 3 （4） | －－ | 5 （3） | 4 （5） |
| $\mathrm{O}_{h^{4}}-\mathrm{Pr} 3 \mathrm{~m}$ | －$\overline{13}$ | $\overline{15}$－ | 9 （8） | $\overline{16}$（23） | －（4） | －${ }^{(3)}$ |  |
| $O_{h}{ }^{5}-\mathrm{Fm} 3 m^{*}$ | 13 （13） | 15 （18） | 9（8） | 16 （23） | －（4） | － 4 （4） | $9(11)$ $5(5)$ |
| $\mathrm{O}^{7}{ }^{7}-\mathrm{Fd} 3 \mathrm{~m}$ | 9 （6） | 6 （3） | 16 （23） | －－ | －－ | 4 （4） | 5 （5） |
| $\mathrm{O}^{10--I a 3 d}$ |  |  |  |  |  |  |  |
| Total（only more than $3 \%$ ） | 59 （72） | 67 （66） | 55 （63） | 62 （66） | 49 （49） | 51 （52） | 41 （49 |

to 8795．）It seems that space groups with polar axes（ $C_{2 v}^{x}$ ， $C_{4 v}^{x}, C_{6 v}^{x}$ ）are avoided．

Table 3 gives the absolute number and the percentages for the centric and acentric space groups of each chemical category．The centric space groups are almost everywhere predominant．The centric space groups for the inorganic（ $\sigma$ ） and organic substances（VII）are realized by about 80 and $60 \%$ ．Only in $c_{1}$ and $e$ are acentric ones predominant and $d$ shows $50 \%$ ．（In the future the percentages of centric space groups may decrease，according to the analysis of more complex structures）．

On the whole it can be said that the statistics of 1948 （Donnay \＆Nowacki，1954）were already representative； no fundamental changes are to be observed during the last period．

According to Mackay（1967）the following considera－ tions hold：let $M_{t}$ be the number of space groups which occur at least $t$ times．If we now plot $M_{t}$ against $t$ ，we ob－ tain a smooth curve，which can be extrapolated to $M_{0} \simeq 219$ ． If we plot $1 / M_{t}$ against $t$ ，we obtain a good straight line， which also can be extrapolated to $t=0$ ，yielding the con－ stant $K$ in the equation $1 / M_{t}=1 / M_{0}+t / K$ with the theo－
the 41（40）most frequent space groups．Percentages
space groups；＇＝hemisymmorphic；unmarked groups are asymmorphic．

| VII |  |  |  |  |  |  | VII | $\Sigma$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| $a$ | $b$ | $c_{1}$ | $c_{2}$ | $d$ | $c_{2}+d$ | $e$ |  |  |
| －－ | － | 5 （8） | － | －－ | － | －（7） | － | －－ |
| 5 （－） | 8 （5） | 3 （－） | 4 （4） | －－ | 3 （4） | －－ | 5 （3） | 3 （－） |
| －－ | 9 （9） | 28 （36） | 5 （4） | 10 （4） | 7 （4） | 25 （20） | 8 （9） | 3 （3） |
| －－ | － | 7 （11） | －－ | －（4） | －－ | 9 （7） | －－ | －－ |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| $\overline{24}$（9） | $\overline{20}(\overline{18)}$ | $\overline{14}$（5） | $\overline{39}(\overline{40})$ | $\overline{33}(\overline{54})$ | $\overline{37}(\overline{42})$ | －－ | $\overline{26}(\overline{22})$ | $\overline{13}$（9） |
| 7 （6） | 9 （7） | －－ | 8 （4） | 4 （－） | 7 （4） | －－ | 7 （5） | 4 （3） |
| － | －（4） | 6 （8） | －－ | － | －－ | 6 （－） | －（3） | － |
| －－ | 15 （15） | 22 （21） | 7 （6） | 27 （6） | 14 （6） | 23 （40） | 13 （10） | 5 （4） |
| －－ | － | －－ | －$\overline{-1}$ |  | －$\overline{\text {－}}$ | 4 （－） |  | －－ |
|  | 二－ | 二－ | －（3） | －－ | －（3） | －－ | 二－ |  |
| －－ | 3 （－） | －－ | 6 （6） | －－ | 4 （6） | －－ | 3 （3） | － |
| 4 （－） | 3 （6） | －－ | －－ | －－ |  | －－ | －（3） | 5 （5） |
| －－ | －－ | －－ | － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | － | －（7） | －－ | －－ |
| － | －－ | －－ | －－ |  |  | －－ |  |  |
| － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | 7 （－） | －－ | －－ |
| － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | 4 （7） | －－ | － |
| －（4） | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| 4 （8） |  |  |  |  | －－ |  |  |  |
| －（3） |  | 二－ |  | － | －－ | － | 二－ | －－ |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | － |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －（13） | －－ | －－ |
| －－ | － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | － | － |
| － | － | 二－ |  |  |  | 二－ | 二－ | －－ |
| －（3） | －－ | －－ |  | －－ | －－ | －－ | －－ | －（3） |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| －（3） | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| － | － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | 3 （4） |
| － | －－ | －－ | －－ | 二－ | 二－ | 二－ | 二－ | 3 （4） |
|  |  | － |  |  | － | － | 二－ | －－ |
| － | － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | － |
| －（3） |  | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| －－ | － | － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| －－ | － | － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
| 二－ |  | 二－ |  |  | －－ | － | － | 3 （3） |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | － |
| 4 （9） |  |  |  |  |  |  |  | 6 （8） |
| －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | 3 （4） |
| －－ | － | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ | －－ |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 48 （47） | 68 （64） | 84 （91） | 68 （72） | 75 （69） | 72 （72） | 78 （100） | 62 （59） | 49 （47） |

Table 3．Distribution of crystalline substances for centric and acentric space groups

|  | I | II | III | IV | V | VI | $\sigma$ | VII |  |  |  |  |  |  | VII | $\Sigma$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  |  |  |  |  |  |  |  | $a$ | $b$ | $c_{1}$ | $c_{2}$ | $d$ | $c_{2}+d$ | $e$ |  |  |
| Total numbers |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Centric space groups | 954 | 395 | 482 | 1075 | 440 | 1230 | 4576 | 619 | 495 | 83 | 532 | 215 | 747 | 0 | 1944 | 6520 |
| Acentric space groups | 176 | 171 | 75 | 140 | 156 | 282 | 1000 | 195 | 358 | 220 | 218 | 203 | 421 | 81 | 1275 | 2275 |
| Percentages |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Centric space groups | 84 | 70 | 87 | 88 | 74 | 81 | 82 | 76 | 58 | 27 | 71 | 51 | 64 | 0 | 60 | 74 |
| Acentric space groups | 16 | 30 | 13 | 12 | 26 | 19 | 18 | 24 | 42 | 73 | 29 | 49 | 36 | 100 | 40 | 26 |

retical value $M_{0}=219$. The values $M_{t, \text { obs }}$ and $M_{t, \text { calc }}$ can then be compared, which was done with our new data. The conclusion of Mackay, that there should exist 41 more space groups than have actually been observed, could be confirmed to a certain extent, because the number of space groups without realization decreased from 41 to 22 , as mentioned above.

We thank Dr A.L. Mackay (Birkbeck College, London) for having sent us his manuscript before publication and the Schweizerischen Nationalfonds (Project no. 1872/3362) for financial support.

## References

Donnay, J. D. H., Donnay, G., Cox, E. G., Kennard, O. \& King, M. V. (1963). Crystal Data, Determinative Tables. 2nd ed. A.C.A. Monograph No. 5.
Donnay, J. D. H. \& Nowacki, W. (1954). Crystal Data, Classification of Substances by Space Groups and their Identification from Cell Dimensions. Geol. Soc. America, Mem. 60.
Mackay, A.L. (1967). Acta Cryst. 22, 329.
Niggli, P. (1926). Z. Kristallogr. 64, 357.
Nowacki, W. (1951). Helv. Chim. Acta, 34, 1957.

Acta Cryst. (1967). 22, 940

Rare earth-germanium and -silicon compounds at 5:4 and 5:3 compositions. By Gordon S.Smith, A.G.Tharp* and Quintin Johnson, Lawrence Radiation Laboratory, University of California, Livermore, California, U.S.A.

(Received 22 December 1966)


#### Abstract

Thirteen new rare earth germanides and eleven new rare earth silicides of 5:4 stoichiometry have been prepared. Lattice constants and structure-types have been determined, principally by single-crystal techniques. For the $\mathrm{R}_{5} \mathrm{Ge}_{4}$ compounds, all of the lanthanide elements studied show the orthorhombic $5: 4$ phase previously found for $\mathrm{Sm}_{5} \mathrm{Ge}_{4}$. (Rare earth metals not studied were Pm , Eu and Yb ; in addition to these, Ho and Tm were not studied in the $\mathrm{R}_{5} \mathrm{Si}_{4}$ series.) The situation for the analogous silicon compounds is more complex. $\mathrm{Tb}_{5} \mathrm{Si}_{4}, \mathrm{Dy}_{5} \mathrm{Si}_{4}, \mathrm{Er}_{5} \mathrm{Si}_{4}$ and $\mathrm{Y}_{5} \mathrm{Si}_{4}$ crystallize with the $\mathrm{Sm}_{5} \mathrm{Ge}_{4}$-type structure; Sm and Gd probably do also, although no single crystals were obtained from these two preparations. $\mathrm{La}_{5} \mathrm{Si}_{4}, \mathrm{Ce}_{5} \mathrm{Si}_{4}, \mathrm{Pr}_{5} \mathrm{Si}_{4}$ and $\mathrm{Nd}_{5} \mathrm{Si}_{4}$ form tetragonal crystals, possibly of the $\mathrm{Zr}_{5} \mathrm{Si}_{4}$ type, whereas $\mathrm{Lu}_{5} \mathrm{Si}_{4}$ exhibits a monoclinic distortion of the orthorhombic phase. $\mathrm{Ce}_{5} \mathrm{Si}_{3}$ and $\mathrm{Pr}_{5} \mathrm{Si}_{3}$ were found to form tetragonal crystals of the $\mathrm{Cr}_{5} \mathrm{~B}_{3}$ structure type. Powder-pattern data in the literature for $\mathrm{La}_{5} \mathrm{Si}_{3}$ could also be indexed on the basis of this structure type.


The recent characterization (Smith, Johnson \& Tharp, 1967) of an orthorhombic phase in the samarium-germanium system as $\mathrm{Sm}_{5} \mathrm{Ge}_{4}$ has led to the present investigation of other rare earth-germanium and -silicon systems for the occurrence of this new structure type.

Rare earth-silicon compounds at the neighboring composition, $\mathrm{R}_{5} \mathrm{Si}_{3}$, were shown by Gladyshevskii \& Kripyakevich (1964) to be of the $D 8_{8} \mathrm{Mn}_{5} \mathrm{Si}_{3}$ structure type for $\mathrm{R}=\mathrm{Gd}$ through Lu. A subsequent investigation (Gladyshevskii, Dvorina, Kulikova \& Verkhoglyadova, 1965) of the $\mathrm{La}-\mathrm{Si}$ system indicated the formation of $\mathrm{La}_{5} \mathrm{Si}_{3}$, but its structure type was not specified. The present study shows $\mathrm{Ce}_{5} \mathrm{Si}_{3}$ and $\mathrm{Pr}_{5} \mathrm{Si}_{3}$ to have a structure of the $D 8_{l} \mathrm{Cr}_{5} \mathrm{~B}_{3}$ type. An examination of the data for $\mathrm{La}_{5} \mathrm{Si}_{3}$ indicates a similar structure type for this compound.

## Experimental

Samples were prepared by mixing appropriate quantities of metal with either germanium or silicon, and arc-melting the mixture in a gettered atmosphere of argon. To improve

* Permanent address: Chemistry Department, California State College at Long Beach, Long Beach, California, U.S.A.
their homogeneity, the fused buttons were turned over and remelted several times. For the 5:4 germanium compounds all of the rare-earth elements were investigated, with these exceptions: promethium, europium and ytterbium. In addition to these elements, holmium and thulium were not studied in the $\mathrm{R}_{5} \mathrm{Si}_{4}$ series.

Lattice constants of the various phases were obtained mainly from single-crystal oscillation and Weissenberg photographs. Filtered $\mathrm{Cu} K \alpha(=1.5418 \AA$ ) radiation was used. In some instances, front-reflection lines in powder patterns prepared with $\mathrm{Cr}(K \alpha=2 \cdot 2909 \AA)$ radiation were used to obtain lattice constants. The latter were refined by means of the least-squares program of Heaton, Gvildys \& Mueller (1964). Accuracy of the lattice constants derived from singlecrystal photographs is estimated to be of the order of $0.5 \%$; those from powder patterns, 0.2 to $0.3 \%$.

## Structural results

## $\mathrm{R}_{5} \mathrm{Ge}_{4}$ compounds

When germanium is used as the combining element, all of the rare-earth metals studied form the orthorhombic $5: 4$ phase exhibited by $\mathrm{Sm}_{5} \mathrm{Ge}_{4}$. This behavior contrasts sharply with the behavior of the rare-earth monogermanides, for


[^0]:    * Contribution no. 172.

